Introducción

Fuerza: $\bar{F}_{ij} = k\frac{q_i q_j}{r_{ij}^2}\hat{r}_{ij}$

Campo eléctrico: $\bar{E}_{iP} = k\frac{q_i}{r_{iP}^2}\hat{r}_{iP}$

Energía potencial: $U = k\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$

Potencial: $V_i = k\frac{q_i}{r}$

Trabajo: $W = -\Delta U = -q\Delta V$

Principio de superposición para $\bar{F}, \bar{E}, V$.

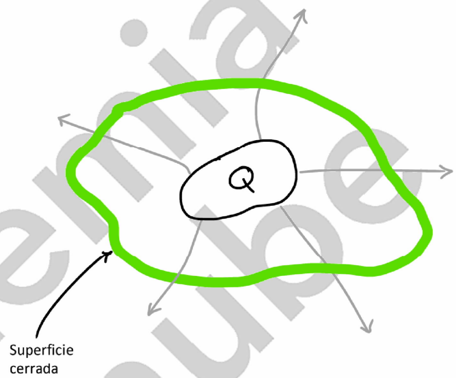
Referencia de la energía potencial $U(r \to \infty) = 0$

Cargas de igual signo se repelen
Cargas de diferente signo se atraen.

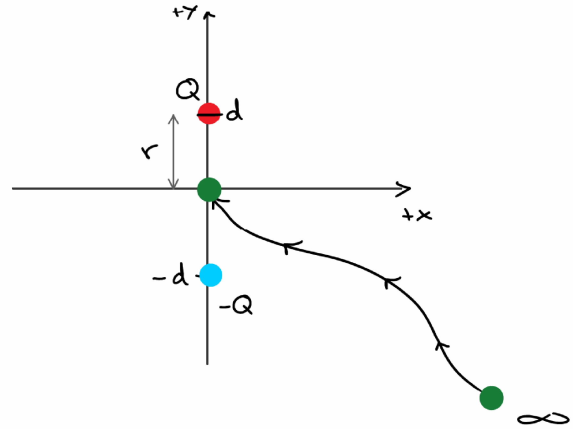
Líneas de campo $\rightarrow$ $+$ Fuente / $-$ Sumidero

Ley de Gauss.
El flujo neto a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta dentro de dicha superficie dividida por ϵ_0:

$$\Phi_{neto} = \oint_S \bar{E} \cdot d\bar{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_o}$$



0. Una carga puntual Q está situada en el punto $(0, d)$. Calcular:
a. El potencial electroestático en el origen de coordenadas.
b. El trabajo que hay que realizar para traer una carga Q desde el infinito hasta el origen de coordenadas.
c. Responder a los apartados anteriores suponiendo que en el punto $(0, -d)$ existe otra carga de igual magnitud pero signo opuesto.



Q
d

a) $V = k\frac{q}{r}$

$q = Q$
$r = d$

$$\boxed{V_0 = k\frac{Q}{d}}$$

b) $W = -\Delta U = -(U_f - U_i)$

$U_i = 0$
$U_f = qV = QV_0$

$W = -(QV_0 - 0)$

$W = -QV_0$

$$\boxed{W = -k\frac{Q^2}{d}}$$

c) $V_0 = V_+ + V_- = k\frac{Q}{d} + k\frac{-Q}{d}$

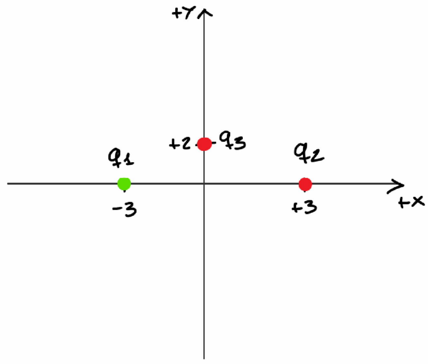
$$\boxed{V_0 = 0}$$

$W = -\Delta U = -(U_f - U_i)$

$U_f = V_0 Q = 0$
$U_i = 0$

$$\boxed{W = 0}$$

1. Sean tres cargas puntuales $q_1 = 100\mu C$, $q_2 = -50\mu C$ y $q_3 = -100\mu C$ situadas en los puntos $P_1(-3, 0)$, $P_2(3, 0)$ y $P_3(0, 2)$, respectivamente. Calcular:
(a) La intensidad del campo eléctrico y el potencial en el origen de coordenadas.
(b) El trabajo para formar la distribución de cargas antes descrita.
(c) El trabajo necesario para traer desde el infinito hasta el origen una carga de $q = -10\mu C$.



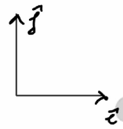
$$q_1 = 100 \cdot 10^{-6} C = 1.00 \cdot 10^{-4} C$$
$$q_2 = -50 \cdot 10^{-6} C = -5.0 \cdot 10^{-5} C$$
$$q_3 = -100 \cdot 10^{-6} C = -1.00 \cdot 10^{-4} C$$

a) $|\bar{E}_0|$

$$\bar{E}_{iP} = k \frac{q_i}{r_{iP}^2} \hat{r}_{iP}$$

$$\bar{E}_0 = \sum_i \bar{E}_i$$

$$\bar{E}_{10} = k \frac{q_1}{r_{10}^2} \hat{r}_{10} = k \frac{q_1}{r_{10}^2} \hat{\imath} = k \frac{q_1}{r_{10}^2} \hat{\imath}$$



$$\bar{E}_{20} = k \frac{q_2}{r_{20}^2} \hat{r}_{20} = k \frac{q_2}{r_{20}^2} (-\hat{\imath}) = -k \frac{q_2}{r_{20}^2} \hat{\imath}$$

$$\bar{E}_{30} = k \frac{q_3}{r_{30}^2} \hat{r}_{30} = k \frac{q_3}{r_{30}^2} (-\hat{\jmath}) = -k \frac{q_3}{r_{30}^2} \hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_0 = k \left[\left(\frac{q_1}{r_{10}^2} - \frac{q_2}{r_{20}^2} \right) \hat{\imath} - \frac{q_3}{r_{30}^2} \hat{\jmath} \right]$$

$r_{10} = 3$
$r_{20} = 3$
$r_{30} = 2$

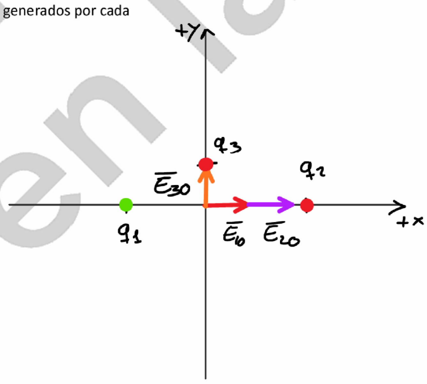
$$\boxed{\bar{E}_0 = 1.5 \cdot 10^5 \hat{\imath} + 2.24 \cdot 10^5 \hat{\jmath} \ N/C}$$

$$\boxed{|\bar{E}| = 2.70 \cdot 10^5 \ N/C}$$

Otra forma de resolver este problema es calculando los módulos de los campos generados por cada carga y determinar la dirección de los vectores de forma gráfica.

$$\bar{E}_0 = (|\bar{E}_{10}| + |\bar{E}_{20}|)\hat{\imath} + |\bar{E}_{30}| \hat{\jmath}$$

$$|\bar{E}_{i0}| = k \frac{|q_i|}{r_{i0}^2}$$



$\bar{E}_{10} \parallel \hat{\imath}$
$\bar{E}_{20} \parallel \hat{\imath}$
$\bar{E}_{30} \parallel \hat{\jmath}$

$$\boxed{\bar{E}_0 = 1.5 \cdot 10^5 \hat{\imath} + 2.24 \cdot 10^5 \hat{\jmath} \ N/C}$$

$$\boxed{|\bar{E}| = 2.70 \cdot 10^5 \ N/C}$$

Calculamos el potencial:

$$V_0 = \sum_i V_{i0} = \sum_{i=1}^{3} k \frac{q_i}{r_{i0}} = \cdots = \boxed{-3.0 \cdot 10^5 \ V}$$

b) $W_T = \sum_{i=1}^{3} W_i$

$W_1 = 0$

$W_2 = -\Delta U = -(U_f - \cancel{U_i}^{\,0})$

$U_f = q_2 V_{12} = q_2 k \frac{q_1}{r_{12}} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$

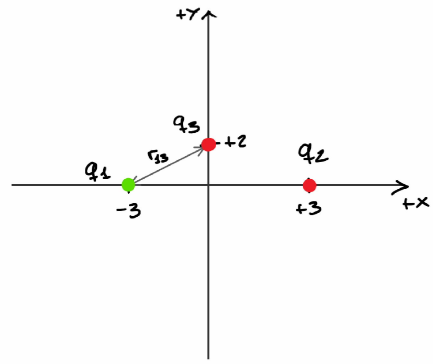
$W_2 = -k \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$

$W_3 = -\Delta U = -(U_f - \cancel{U_i}^{\,0})$

$U_f = q_3 V_3 = q_3 \left(k \frac{q_1}{r_{13}} + k \frac{q_2}{r_{23}}\right)$

$W_3 = -q_3 \left(k \frac{q_1}{r_{13}} + k \frac{q_2}{r_{23}}\right)$

$\boxed{W_T = +20\ J}$



c) $q_4 = -10 \cdot 10^{-6}\ C = -10^{-5}\ C$

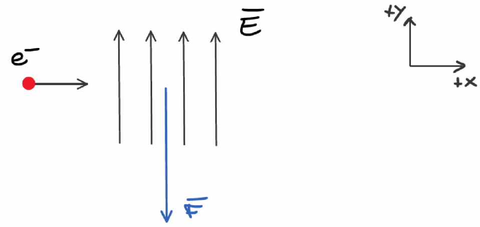
$W = -\Delta U = -(U_f - \cancel{U_i}^{\,0})$

$U_f = q_4 V_0$

$W = -q_4 V_0;$

$\boxed{W = -3\ J}$

2. Un electrón incide horizontalmente y con velocidad v_0 sobre una zona donde existe un campo eléctrico vertical y hacia arriba de módulo E. Calcular la trayectoria que sigue dicho electrón (suponiendo que no existe campo gravitatorio alguno).



v_0

$\bar{E}$

$q = -e$

$$\left.\begin{array}{l}\bar{F}_{ij} = k\dfrac{q_i q_j}{r_{ij}^2}\hat{r}_{ij} \\ \bar{E}_{iP} = k\dfrac{q_i}{r_{iP}^2}\hat{r}_{iP}\end{array}\right\} \bar{F}_{ij} = q_j \bar{E}_{iP};$$

$$\bar{F} = q\bar{E} = -e\bar{E}$$

$$\bar{F} = -e\bar{E}$$

$$\left.\begin{array}{l}\bar{F} = m_e\bar{a} \\ \bar{F} = -e\bar{E}\end{array}\right\} m_e\bar{a} = -e\bar{E};$$

$$m_e\bar{a} = -eE\hat{j};$$

$$\bar{a} = -\frac{e}{m_e}E\hat{j}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt};$$

$$dv_y = a_y\,dt;$$

$$\int_0^{v_y(t)} dv_y = \int_0^t a_y\,dt = \int_0^t -\frac{e}{m_e}E\,dt$$

$$v_y(t) - 0 = -\frac{e}{m_e}E\int_0^t dt = -\frac{e}{m_e}E(t-0)$$

$$v_y(t) = -\frac{e}{m_e}Et$$

$$v_y = \frac{dy}{dt};$$

$$\int_0^{y(t)} dy = \int_0^t v_y\,dt$$

$$\vdots$$

$$y(t) = -\frac{e}{2m_e}Et^2$$

$$\left.\begin{array}{l}y(t) = -\dfrac{e}{2m_e}Et^2 \\ x(t) = v_0 t\end{array}\right\} \boxed{\bar{r}(t) = v_0 t\,\hat{i} - \frac{e}{2m_e}Et^2\hat{j}}$$

$$\left.\begin{array}{l}y = -\dfrac{1}{2}\dfrac{e}{m_e}Et^2 \\ x = v_0 t\end{array}\right\} t = \frac{x}{v_0} \nearrow \boxed{y(x) = -\frac{1}{2}\frac{e}{m_e}\frac{E}{v_0^2}x^2}$$