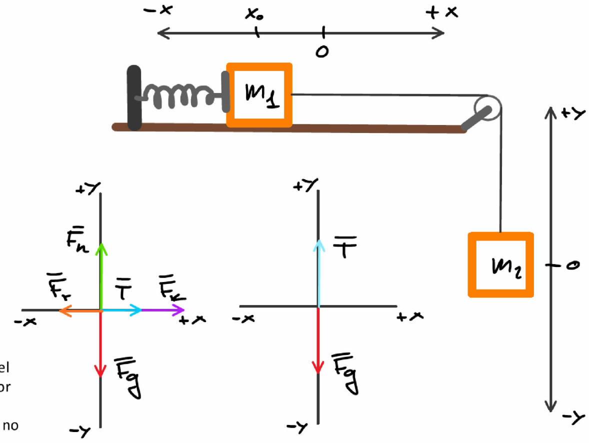
1. Un bloque de $4\ kg$ cuelga de una cuerda ligera que, a través de una polea sin rozamiento ni masa, está conectada a un bloque de $6\ kg$ que descansa sobre una plataforma. El coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_c = 0.2$. El bloque de $6\ kg$ se empuja contra un muelle, de constante elástica $k = 180\ N/m$, y se comprime $30\ cm$. Determinar los módulos de las velocidades de los bloques cuando el muelle se libera y el bloque de $4\ kg$ cae $40\ cm$. Suponer que el bloque de $6\ kg$ se encuentra inicialmente a $40\ cm$ de la polea.




$m_2 = 4\,kg$
$m_1 = 6\,kg$
$\mu_c = 0.2$
$k = 180\ N/m$
$x_0 = -0.3\,m$
$\Delta y = 0.4\,m.$

- Nuestro sistema estará formado por todos los elementos nombrados en el enunciado y la Tierra.
- Todas las fuerzas de nuestro sistema son internas.
- Aplicamos el teorema trabajo-energía para obtener la energía cinética final de los bloques y a partir de ella las velocidades.
- Del enunciado se deduce que el bloque y el muelle no están unidos.

Antes de nada debemos comprobar si la cuerda se mantiene tensa a lo largo de todo el problema. Para ello debemos asegurarnos de que la aceleración de $m_1$ nunca es mayor que la de $m_2$.
Así pues, vamos a calcular la aceleración máxima que puede tener $m_1$ en caso de que no tuviera rozamiento y considerando únicamente la fuerza del muelle.

$$\left.\begin{array}{l} F_k = -kx \\ F_1 = m_1 a_1 \end{array}\right\} \quad a_1 = \frac{-kx}{m_1} = 9\ m/s^2 < g$$

Puesto que la máxima aceleración que generaría el muelle sobre $m_1$ es menor que la aceleración que generaría la gravedad sobre $m_2$, tenemos que la cuerda se mantiene tensa a lo largo del problema.

Procedemos a resolver el problema teniendo en cuenta que la cuerda se mantiene tensa.

$$W_{ext} = \Delta E_m + \Delta E_t$$

$$W_{ext} = 0$$

$$\Delta E_m = \Delta U + \Delta K$$

$$\Delta U = U_{g_f} - \cancel{U_{g_i}}^{\,0} + \cancel{U_{k_f}}^{\,0} - U_{k_i} = m_2 g y_f - \frac{1}{2} k x_0^2$$

Tomamos el origen del eje vertical y de la energía potencial en la posición inicial (muelle comprimido).

$$\Delta K = K_f - \cancel{K_i}^{\,0} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2) v_f^2$$

Suponemos que la cuerda que une las masas es inextensible y, por tanto, la velocidad es la misma para ambos cuerpos.

$$\Delta E_m = m_2 g y_f - \frac{1}{2} k x_0^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2) v_f^2$$

$$\Delta E_t = F_r \Delta x = F_n \mu_c \Delta x = m_1 g \mu_c \Delta x = m_1 g \mu_c \Delta y$$

Puesto que la cuerda es inextensible, el espacio recorrido por $m_2$ en vertical es igual al espacio recorrido por $m_1$ en horizontal.

$$0 = m_2 g y_f - \frac{1}{2} k x_0^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2) v_f^2 + m_1 g \mu_c \Delta y;$$

$$v_f = \left[ 2\,\frac{\left(\frac{1}{2} k x_0^2 - m_2 g y_f - m_1 g \mu_c \Delta y\right)}{m_1+m_2} \right]^{1/2}, \quad (y_f = -\Delta y)$$

$$v_f = \left[ \frac{k x_0^2 + 2 g \Delta y (m_2 - m_1 \mu_c)}{m_1 + m_2} \right]^{1/2}.$$

$$\boxed{v_f = 2.0\ m/s.}$$

Se puede observar que si no tuviéramos $m_2$ ni rozamiento, entonces la velocidad de $m_1$ no dependería de la gravedad, lo cual tiene sentido puesto que la gravedad afecta tanto a la fuerza de rozamiento como a la tensión de la cuerda que une ambos cuerpos.

**Teorema del Trabajo-Energía.**

Una de las formas en que un sistema puede transferir energía es mediante el intercambio de trabajo con el entorno. Considerando únicamente esta forma de transferencia de energía, llegamos al Teorema del Trabajo-Energía:

$W_{ext} = \Delta E_{sistema} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím} + \Delta E_{otras}$

Donde $W_{ext}$ es el trabajo realizado sobre el sistema por fuerzas externas al sistema.

**Teorema del Trabajo-Energía con rozamiento.**

Se aplica cuando se desliza un cuerpo sobre otro y sólo se consideran la energía mecánica y la energía térmica:

$W_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} = \Delta E_{mec} + F_r \Delta x$

Siendo $F_r$ la fuerza de rozamiento entre los dos cuerpos y $\Delta x$ el desplazamiento relativo entre ellos.