02.0

2. Un golfista golpea una pelota con un palo de golf. Si la pelota tiene una masa de $45\ g$, un radio de $2\ cm$, el ángulo de salida respecto a la horizontal es $\theta_0 = 13$ º y el alcance del lanzamiento es de $190\ m$, determinar:

a. El módulo del impulso sobre la pelota.
b. El tiempo que dura la colisión entre el palo y la pelota.
c. El módulo de la fuerza media ejercida durante la colisión.

$m = 4.5\cdot 10^{-2}$ g

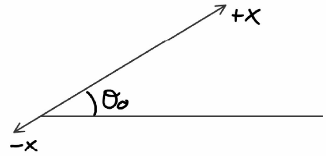
$r = 0.02$ m

$\theta_0 = 13^{\circ}$

$R = 190$ m.

$g = 9.8$ m/s^2

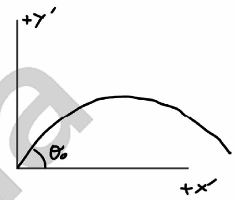
- Tomamos como eje x la dirección de salida de la pelota con un ángulo θ_0 respecto a la horizontal.
- El sentido positivo de x es el mismo que el sentido del desplazamiento inicial.
- Suponemos que nuestro sistema es la bola de golf.
- La fuerza que lanza la pelota de golf es una fuerza externa al sistema.



a) Consideramos dos instantes de tiempo: el instante inicial 0, cuando la pelota está en reposo, y el instante 1 en el que el palo de golf deja de estar en contacto con la pelota y, por tanto, ya no aplica ninguna fuerza sobre ésta.

$$I = \Delta p = p_1 - \cancel{p_0}^{\,0} = m v_1 .\ (A)$$

Para calcular la velocidad de salida v_1 tenemos que resolver la trayectoria parabólica de la pelota de golf. Para resolverlo, tomaremos un sistema de ejes diferente al sistema elegido para el resto del problema. En este caso, elegimos los ejes horizontal y vertical como los ejes x' e y' respectivamente.



$$x'(t) = \cancel{x'_0}^{\,0} + v_{x'_0} t + \cancel{\tfrac{1}{2} a t^2}^{\,0};$$

$$v_{x'_0} = v_0' \cos(\theta_0) = v_1 \cos(\theta_0)$$

$$x'(t) = v_1 \cos(\theta_0) t;$$

Puesto que sabemos que el alcance es R, podemos establecer la siguiente condición para el tiempo total que dura el tiro parabólico.

$$x'(t_f) = v_1 \cos(\theta_0) t_f;$$

$$x'(t_f) = R$$

$$R = v_1 \cos(\theta_0) t_f \quad (B)$$

$$y'(t) = \cancel{y'_0}^{\,0} + v_{y'_0} t + \tfrac{1}{2} a t^2;$$

$$v_{y'_0} = v_0' \operatorname{sen}(\theta_0) = v_1 \operatorname{sen}(\theta_0)$$

$$a = -g$$

$$y'(t) = v_1 \operatorname{sen}(\theta_0) t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

Puesto que sabemos que la altura final es cero, podemos establecer la siguiente condición para el tiempo total que dura el tiro parabólico.

$$\cancel{y'(t=t_f)}^{\,0} = v_1 \operatorname{sen}(\theta_0) t_f - \tfrac{1}{2} g t_f^2$$

$$0 = v_1 \operatorname{sen}(\theta_0) t_f - \tfrac{1}{2} g t_f^2 \quad (C)$$

(B)(C)

$$\left.\begin{aligned} R &= v_1 \cos(\theta_0) t_f \\ 0 &= v_1 \operatorname{sen}(\theta_0) t_f - \tfrac{1}{2} g t_f^2 \end{aligned}\right\} \quad t_f = \frac{R}{v_1 \cos(\theta_0)} \quad \Big\} \quad 0 = \cancel{v_1} \operatorname{sen}(\theta_0) \frac{R}{\cancel{v_1} \cos(\theta_0)} - \frac{1}{2} g \left(\frac{R}{v_1 \cos(\theta_0)}\right)^2;$$

$$0 = tg(\theta_0) R - \frac{1}{2} g \frac{R^2}{v_1^2 \cos^2(\theta_0)};$$

$$v_1^2 = \frac{1}{2} g \frac{R}{tg(\theta_0) \cos^2(\theta_0)};$$

$$v_1 = \pm \left[\frac{1}{2} g \frac{R^2}{\sin(\theta_0) \cos(\theta_0)}\right]^{1/2} = \pm \left[g \frac{R^2}{\sin(2\theta_0)}\right]^{1/2}.$$

$$v_1 = \pm 65 \text{ m/s}$$

Tomamos el valor positivo puesto que es el que se corresponde con el tiro parabólico planteado.

(A)

$$I = m v_1$$

$$\boxed{I = 2.9 \text{ Ns.}}$$

Tu academia en la nube

https://tuacademiaenlanube.com

b) Puesto que con los datos de que disponemos no es posible calcular el tiempo de colisión, vamos a hacer una estimación a partir de la distancia recorrida durante el impacto y de la velocidad media en dicho recorrido.
Una estimación que consideramos adecuada para el espacio recorrido por la pelota en la colisión se corresponde con el radio de la propia pelota y que nos facilitan en el enunciado.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

$$\Delta x = r$$

$$v = v_m = \frac{v_1 - \cancel{v_0}^{0}}{2} = \frac{v_1}{2}.$$

$$\Delta t = \frac{2r}{v_1};$$

$$\boxed{\Delta t = 6.2 \cdot 10^{-4}\,s}$$

c) $$F_m = \frac{I}{\Delta t}$$

$$\boxed{F_m = 4.7 \cdot 10^{3}\,N}$$

Vemos que la fuerza media supera considerablemente a la fuerza de la gravedad sobre la bola, que la dirección del impulso es en el sentido del desplazamiento de la bola y que la duración del impacto es muy breve.

Fuerza impulsiva I o impulso.

Se trata de una fuerza de gran magnitud, pero de breve duración. Matemáticamente:

$$\bar{I} = \int_{t_i}^{t_f} \bar{F} dt$$

I es una medida de la intensidad y duración de una fuerza en una colisión.

Teorema del impulso mecánico.
Dada una fuerza neta que actúa sobre una partícula, tenemos que

$$\bar{I}_{neto} = \int_{t_i}^{t_f} \bar{F}_{neta} dt = \Delta \bar{p}$$

Fuerza media $\bar{F}_m$.

Se corresponde con una fuerza de valor constante que produciría el mismo impulso en el mismo intervalo de tiempo que una fuerza de impacto real no constante.

$$\bar{F}_m = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_f} \bar{F} dt = \frac{1}{\Delta t}\bar{I}$$

O de forma equivalente:

$$\bar{I} = \bar{F}_m \Delta t$$

Tu academia en la nube

https://tuacademiaenlanube.com